

Sisällys

Esipuhe	9
Mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on?	11
Myyttejä matematiikasta.....	11
Matematiikka varhaiskasvatussuunnitelmassa.....	25

Osa I MATEMATIIKAN OPPIMINEN JA OPETTAMINEN LEIKILLISISTÄ LÄHTÖKOHDISTA

Merkityksellisen matematiikan oppimisen äärellä	30
Leikki ja oppiminen	39
Matematiikka lasten omaehtoisessa leikissä.....	42
Matemaattisen ajattelun tukeminen leikissä.....	44
Matematiikan leikkimaailmat.....	56
Leikittelevä luova geometria.....	62
Luova matemaattinen leikki ja mielikuvitus.....	67
Laadukas matematiikan pedagogiikka	72
Yhdessä oppimisen kulttuuri.....	74
Laadukkaan matemaattisen toiminnan suunnitteluprosessi.....	76
Matematiikka osana arjen rutiineja	91
Arkirutiinit ja ruokailu.....	91
Hoitotilanteet.....	93
Ulkoilu.....	94
Lepo ja rentoutuminen.....	96

Myönteinen matematiikkakuva	98
Uskomukset.....	99
Tunteet.....	103
Motivaatio.....	107
Stereotypiat ja toisintaminen.....	109

Osa 2

MATEMAATTINEN AJATTELU JA MATEMAATTISET TAIDOT

Matemaattinen ajattelu	118
Piaget ja kognitiivisen kehityksen teoria.....	119
Vygotsky ja sosiokonstruktivistinen teoria.....	119
Lähikehityksen vyöhyke.....	120
Matematiikka työkaluna.....	122
Yhteinen kehittäminen.....	123
Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen	125
Kielellinen vuorovaikutus.....	128
Toiminnallisuus ja materiaalien käyttö.....	129
Kuvalliset ilmaisutavat.....	131
Matematiikan symbolit.....	132
Matemaattisen ajattelun ilmaisu ja tukea tarvitsevat lapset.....	133
Matemaattisten taitojen kehitys	137
Numeeriset taidot	140
Lukumääräisyyden taju ja subitisaatio.....	140
Lukumäärän laskeminen.....	149
Varhaiset aritmeettiset taidot.....	158
Matemaattiset ajattelu- ja päättelytaidot	175
Luokittelu.....	175
Vertailu, sarjoittaminen ja arvioiminen.....	178
Spatiaalisen ajattelun taidot	190
Spatiaalinen ajattelu.....	190
Geometrinen tietoisuus.....	199
Mittaaminen.....	216

Ohjelmointiosaaminen	231
Ohjelmoinnin työtavat.....	234
Ohjelmoinnin osa-alueet.....	237
Ohjelmointiosaamisen merkitys.....	241
Matemaattisten taitojen kehitykseen ja oppimiseen vaikuttavat tekijät	243
Toiminnanohjaus.....	245
Motivatoraaliset tekijät.....	249
Oppimisympäristötekijät.....	250
Matemaattinen osaaminen ja oppimisvaikeuksien tunnistaminen.....	253
Arvokartta varhaisen matematiikan opettamiseen	255
Lähteet	258
Kirjan tekijät	273

Esipuhe



Moni aikuinen kokee, ettei ole hyvä matematiikassa, ja samaan aikaan asenne matematiikkaa kohtaan saattaa olla osittain jopa tiedostamatta kielteinen. Sana *matematiikka* saattaa tuoda mieleen kertotaulujen pönttämisen ja loputtomalta tuntuvien toisteisten tehtävien raapustamisen vihkkoon. Opettajan myönteisellä asenteella matematiikkaa kohtaan on kuitenkin merkittävä vaikutus siihen, millaisiksi lasten asenteet matematiikasta muodostuvat, ja toisaalta siihen, kuinka hyvin lapset oppivat matemaattisia taitoja varhaiskasvatuksessa.

Tämä kirjan ensisijainen tavoite on vahvistaa jokaisen lukijan käsitystä itsestään pätevänä ja pystyvänä matematiikan opettajana. Ensimmäinen askel kohti tätä tavoitetta on alkaa itse huomata, kuinka valtavasti matematiikkaa ympärillämme on. Laitetaan niin sanotut matikkalasisilmille ja pohditaan, mitä kaikkea voisi laskea, luokitella, mitata tai järjestää. Huomataan ympäriltä geometrisia muotoja ja missä kaikkialla lukuja käytetään. Ihastutaan toistuvista kuvioista arkkitehtuurissa, taiteessa ja kuoseissa. Hoksataan matematiikka musiikin rytmeissä ja tanssikuvioissa. Kun aikuinen havahtuu huomaamaan matematiikkaa ympärillään, on sen havainnointi yhdessä lasten kanssa luontevaa. Näin lapsi pääsee arkisissa hetkissä ja leikissä sukeltamaan matematiikkamyönteiseen ympäristöön.

Matemaattinen ajattelu ja matemaattiset taidot eivät kehity itsestään, vaan niiden oppimiseksi tarvitaan osaavamman ohjausta ja opastusta. Matematiikan opetus ja oppiminen varhaiskasvatuksessa ei suinkaan tarkoita paikoillaan istumista tai kynä-paperitehtäviä. Tä-

män kirjan tarkoituksena on avata edes hieman niitä lukuisia mahdollisuuksia, joiden avulla matematiikkaa opitaan leikkien, arjen toiminnoissa tai hetkestä nousevissa keskusteluissa.

Matematiikan oppiminen on kumuloituvaa. Tämä tarkoittaa, että jos jokin keskeinen taito jää vajavaiseksi tai oppimatta, on seuraavien taitojen oppiminen käytännössä mahdotonta. Tästä syystä on tärkeää, että opettajat hahmottavat, millaisia kehityskaaria mukaillen lasten matemaattiset taidot kehittyvät ja mitkä ovat merkkejä siitä, että lapsi tarvitsee enemmän tukea oppimiseen. Avaamme kirjassa keskeisimpien varhaiskasvatuksen matematiikan taitojen kehityskaaria sekä vinkkaamme, mitkä merkit voivat kertoa tuen tarpeesta eri taitojen osalta.

Vaikka kirjassa monesti viitataan varhaiseen matematiikkaan tai varhaiskasvatuksen aikana opittaviin matemaattisiin taitoihin, on varhaiskasvatuksen matematiikka ihan oikeaa matematiikkaa. Ei ole olemassa mitään pikkulasten matematiikkaa, vaan jo heti syntymästä alkaen kehittyvät matemaattiset taidot ovat välttämättömiä taitoja elinikäisen matemaattisen osaamisen kaareissa. Vaikka lähestymistavat ovat leikkilisiä, mielikuvituksellisia ja joskus hassuttelevia, lasten kanssa harjoiteltavat taidot ovat ihan sitä todellista oikeaa matematiikkaa.

Haluamme kiittää varhaisen matematiikan oppimisen inspiroivaa edelläkävijää Minna Hannula-Sormusta kannustavasta palautteesta tähän kirjaan. Kiitämme Pirjo Auniota käsikirjoituksemme lukemisesta ja sen arvokkaasta kommentoinnista sekä Matti Tedreä, Sini Daviesiä ja Jussi Koivistoa hyvistä huomioista ohjelmointiosaamista käsittelevään lukuun.

Helsingissä 11.9.2023

Jenni Vartiainen

Kati Sormunen

Jonna Kangas

Jyrki Reunamo

Mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on?

Myyttejä matematiikasta

Matematiikka on kuin ilma: Sen läsnäoloa ei juuri huomaa. Mutta ilman sitä elämä olisi, jos ei mahdotonta, niin ainakin erittäin hankalaa. Matematiikalla on valtava rooli arjessa, vaikka usein sen merkitys jää huomaamatta. Lukutaidon merkitys tunnistetaan huomattavasti paremmin, mutta matemaattisten taitojen hallitseminen arjessa on vähintään yhtä tärkeää. Itse asiassa useat tutkimukset korostavat matemaattisten taitojen merkitystä lukutaidossa. Duncan ja Magnuson (2011) toteavat, että varhaiset matemaattiset taidot eivät ennusta pelkästään lasten matemaattisia taitoja myöhemmin koulussa vaan ne ennustavat myös lasten myöhempää lukutaitoa. Tähän syyksi todetaan, että matematiikka kehittää yleisesti lasten kognitiivisia taitoja.

Matematiikka mahdollistaa monien arkisten toimintojen toteutuksen. Tarkastellaan esimerkin vuoksi kaupassa käyntiä.

- Matematiikkaa tarvitaan ajan hahmottamiseen: Milloin kauppaan mennään ja millä kulkuvälineellä?
- Jos käytetään yleisiä kulkuneuvoja, ilman matematiikkaa aikataulujen hahmottaminen on mahdotonta. Jos taas kuljetaan autolla,

matematiikkaa tarvitaan ajon aikana muun muassa reitin hahmottamiseen ja nopeusmittarin tulkitsemiseen.

- Parkkihallissa matemaattiset taidot tulevat tarpeeseen tilan hahmottamisessa: Mihin ruutuun auto mahtuu vaivatta? Kannattaako auto pyrkiä parkkeeraamaan mahdollisimman lähelle ovia? Miten suunnistetaan takaisin autolle, kun ostokset on tehty?
- Kaupassa matemaattisia taitoja tarvitaan lukumäärien hahmottamisessa, hintojen vertailussa, loogisessa päättelyssä, alennusten laskeamisessa, tuotteiden punnitsemisessa ja kokonaisbudjetin seuraamisessa: Kuinka monta tomaattia tarvitaan neljän henkilön salaattiin? Tuotteen parasta ennen -päiväys on huomenna, joten ehditäänkö tuote käyttää loppuun ennen pilaantumista? Riittävätkö rahat?
- Nykyään käteistä rahaa käytetään kaupassa verrattain vähän, mutta kortillakin maksaessa tulee arvioida, onko loppusumma odotetun suuruinen, ja matemaattisia taitoja tarvitaan kuitenkin tarkistamisessa.

Tämä esimerkki kauppareissulla tarvittavasta matematiikasta on vain pintahipaisu niihin lukemattomiin matemaattisiin taitoihin, joihin ihmisen tulee kyetä toimittaakseen mitä arkisin askare.

Matematiikkaan ja varhaiseen matematiikan oppimiseen liittyy useita tiukasti pintansa pitäviä uskomuksia, jotka saattavat vähentää lasten mahdollisuuksia harjoitella varhaisia matemaattisia taitoja ja jotka heikentävät pedagogiikan laatua. Aikuisen on tärkeää tiedostaa oma asenteensa ja suhteensa matematiikkaan sekä tarkistaa, ettei itsellä ole piileviä ajatusmalleja tai vaihtoehtoisia käsityksiä siitä, mitä matematiikka on ja miten sitä opitaan varhaiskasvatuksen kontekstissa. Aloitamme tämän teoksen purkamalla tyypillisiä matematiikkaan ja sen oppimiseen varhaiskasvatuksessa liittyviä myyttejä (Clements & Sarama, 2018). Näiden myyttien purkamisella asetamme kirjan perusajatuksen sille, mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on.

Tehtävä

Lue ensin väittämät ja pohdi, mitä itse ajattelet niistä. Ovatko ne mielestäsi totta, tarua vai jotain siltä väliltä?

1. Matematiikkaa oppivat parhaiten sellaiset lapset, joiden suvussa on matikkapäättä.
2. Varhaiskasvatuksen aikana opittavat matemaattiset taidot ovat sellaisia, jotka lapset oppivat ilman opettamistakin.
3. Varhainen matematiikka on suurelta osin laskemisen harjoittelua.
4. Matemaattisia ongelmia ei voi ratkaista ennen matemaattisten taitojen oppimista.
5. Oppiakseen matematiikkaa lasten on kyettävä istumaan paikallaan.
6. Matematiikkaa opitaan parhaiten tuokiotoiminnassa.
7. Aika, joka käytetään matikan oppimiseen, on pois varhaiskasvatuksen tärkeimmästä asiasta: leikistä.
8. Erityisesti matikan opettamiseen kehitetyt matematiikkavälineet ovat välttämättömiä varhaiskasvatuksen matematiikassa.
9. Matematiikan opettaminen varhaiskasvatuksessa on helpoa, koska varhaiskasvatuksen matematiikan sisällöt ovat niin yksinkertaisia.

Matematiikkaa oppivat parhaiten sellaiset lapset, joiden suvussa on matikkapäättä – Tarua!

Matikkapää-myytti on eräs tiukimmin pintansa pitävä matematiikan oppimista häiritsevä myytti. Matikkapää-myytillä tarkoitetaan ajatusmallia, jossa väitetään vain tietynlaisten aivojen kykenevän matematiikan oppimiseen. Myyttiin kuuluu ajatus, että matikkapää periytyy ge-

neettisesti ja näin ollen jo hyvin varhaisessa vaiheessa voidaan huomata lapset, joilla on matikkapää (Rattan, Good & Dweck, 2012). Matikkapää-myytti on kuitenkin osoitettu vääräksi lukuisia kertoja! Kun puhutaan tyypillisesti kehittyneistä aivoista, ei ole olemassa tilannetta, että jonkun aivot eivät oppisi matematiikkaa. Lähtökohtaisesti kaikilla on kyvykyys oppia matematiikkaa. Oppimiseen vaikuttavat muun muassa käsitys omista kyvyistään oppia, kiinnostus, asenteet ja opetuksen laatu.

Osalla lapsista on vahvempi taipumus käyttää matemaattista ajattelua leikissä tai arkisessa toiminnassa. Lapset, joilla on taipumusta kiinnittää spontaanisti huomiota lukumääriin ympäristössä, oppivat laskemaan taitavammin. (Hannula-Sormunen, 2015.) Toisaalta lasten taipumusta kiinnittää huomiota ympäristön lukumääriin voidaan lisätä muuttamalla aikuisen toimintaa ja ympäristöä (Hannula, Mattinen & Lehtinen, 2005).

Pienten lasten matematiikan oppimiseen vaikuttaa merkittävästi se, kuinka tietoisia lasta ohjaavat aikuiset ovat ympärillään olevasta matematiikasta. Hannula-Sormunen ja kumppanit (2018) painottavat, että mitä lukumäärätietoisempi lasta ympäröivä kulttuuri on, sitä paremmat edellytykset lapsella on matematiikan oppimiseen. Tämä kutsuu etenkin aikuiset huomaamaan matematiikkaa ja matemaattista ajattelua arkisissa puuhissa, jolloin sitä tehdään luontevammin havaittavaksi myös lapselle.

Matikkapää-myytti on osa laajempaa stereotyypiakeskustelua, joka linkittyy matematiikkaan ja myös muihin matemaattisiin tieteenaaloihin. Klassinen tapa tutkia stereotyyppioita, jotka liitetään matematiikkaa tai luonnontieteitä hyvin osaaviin henkilöihin, on niin sanottu ”piirrä matemaatikko tai luonnontieteilijä” -asetelma. Kokeile itse! Kuvittele mielessäsi tai piirrä paperille henkilö, joka on hyvä matematiikassa. Miltä hän näyttää? Missä hän työskentelee? Millainen persoona hänellä on?

Matematiikkaan liitetään edelleen voimakkaita stereotyyppisiä käsityksiä, joihin lukeutuvat muun muassa matematiikkaa osaavien suku-

puoli, ulkonäkö, persoona, sosiaaliset suhteet ja työskentelytavat. On hyvin tavallista, että matematiikka mielletään valkoisten keski-ikäisten tai vanhempien miesten tieteenalaksi. Totta on, että naiset ja erilaiset vähemmistöt ovat aliedustettuina matemaattisilla aloilla, mutta syy ei suinkaan ole älykkyydessä tai kyvykkyydessä oppia matematiikkaa vaan kulttuurisissa käytänteissä, joita osin piilevästi toisinnetaan.

Huoltajien ja opettajien tiedetään usein tiedostamattaan ohjaavan lapsia stereotyyppioita vahvistavaan toimintaan. Myös aikuisten omilla huonoilla kokemuksilla matematiikasta sekä käsityksellä matematiikan oppimisesta pysyvänä synnynnäisenä ominaisuutena on vaikutusta siihen, millaiseksi lasten käsitys itsestään matematiikan oppijana muodostuu (Gunderson ym., 2013). Se, että pojat käsitetään helposti tyttöjä pystyvämmiksi matematiikan oppijoiksi tai että miehet lukumäärällisesti dominoivat matemaattisia aloja, on kulttuurin muodostama ilmiö. Kulttuuriin vaikuttavat muun muassa tyttöjen kiinnostus ja asenteet matematiikkaa kohtaan, mikä puolestaan johtaa siihen, etteivät naiset hakeudu niin usein matemaattisille aloille. Jos tyttöjä varhaiskasvatusikäisestä alkaen ohjataan leikkeihin ja toimintaan, joissa mahdollisuus kehittää matemaattisia taitoja on vähäinen, ja jos lasten kulttuuri, media ja aikuisten keskustelut vahvistavat stereotyyppiä, että matematiikan osaaja on mies, on tytöille haastavaa kehittää identiteettiä, johon matematiikka kuuluu.

Matematiikan oppimisessa tärkeää on se, uskooko oppija voivansa oppia matematiikkaa. Varhaiskasvatus on keskeisessä roolissa kehittämässä jokaiselle lapselle käsitystä itsestään pystyvänä matematiikan oppijana. Myös kiinnostuksen ja myönteisten asenteiden näkökulmasta varhaiskasvatuksella on merkittävä rooli. Näyttäytykö matematiikka kiehtovana kaikessa toiminnassa ja kaikissa ympäristöissä läsnä olevana osa-alueena, vai esitelläänkö matematiikka lapsen maailmasta irrallisina mekaanisesti harjoiteltavina taitoina? Kirjan luvussa Myönteinen matematiikkakuva (ks. s. 98) tarkastellaan matematiikkaan liittyviä asenteita, tunteita ja stereotyyppioita laajemmin.