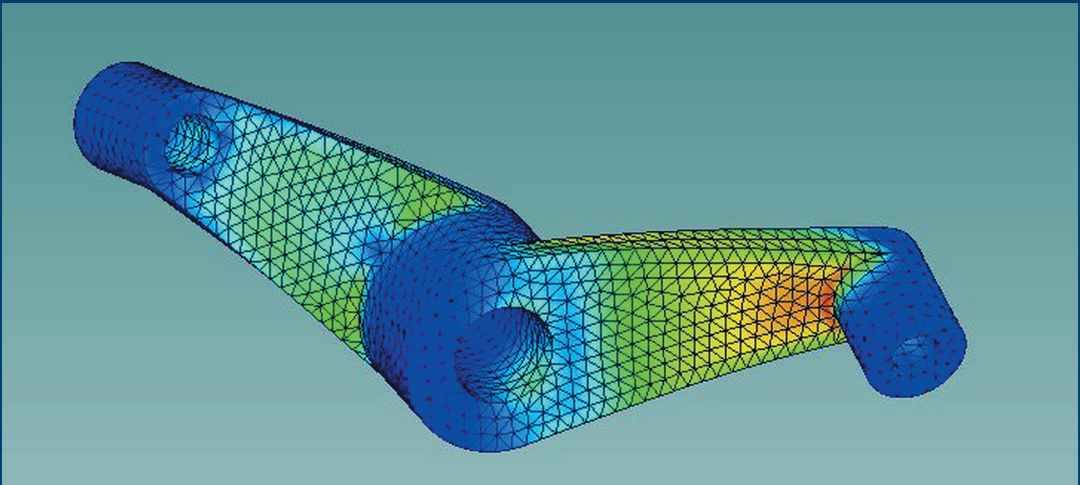


Esa Hietikko



Palkki

Lujuuslaskennan perusteet



Viides painos

PALKKI

Lujuuslaskennan perusteet

5. painos

Esa Hietikko

Kuvitus: Esa Hietikko

Taitto: Esa Hietikko

© 2024 Esa Hietikko

Kustantaja: BoD – Books on Demand, Helsinki, Suomi

Valmistaja: BoD - Books on Demand, Norderstedt, Saksa

ISBN: 978-952-80-4411-6

Sisällys

Lujuuslaskennan merkitys	9
Tornan sillan sortuminen	10
Lujuuslaskennan historiaa	11
Lujuuslaskenta osana innovaatioprosessia	12
Lujuuslaskennan merkityksestä	13
Lujuuslaskennan muutos viimeisinä vuosina	16
Tehtäviä	17
Rasitustyytit ja kuormitukset	19
Kuormitus	20
Peruskuormitukset	21
Rasituslajit ja -kuviot	21
Rasitusten selvittäminen käyttäen ATK-menetelmiä	31
Tehtäviä	38
Materiaalit, sallitut jännitykset ja varmuus	41
Materiaalin valinta	42
Sallitut jännitykset ja varmuus	44
Sallittu muodonmuutos	48
Tehtäviä	50
Veto- ja puristus	51
Normaalijännitys	52
Venyminen	56
Poissonin luku	64
Lämpöjännitykset	66
Tehtäviä	68
Rakenteiden mitoittaminen	73
Rakenteen mitoittamisongelma	74
Optimointi	76
Tehtäviä	78
Taivutusjännitykset	79
Taivutus	80
Taivutusvastus	81
Tehtäviä	87
Poikkipintasuureet	91

Poikkipinnan neliömomentit	92
Steinerin sääntö	92
ATK-menetelmät	95
Tehtäviä.....	102
Taipumaviiva	105
Taipumaviiva	106
Superpositioperiaate	108
Staattisesti epämääräiset tapaukset	110
Tehtäviä.....	113
Leikkaus.....	115
Leikkausjännitys	116
Leikkauksen aiheuttama muodonmuutos.....	118
Leikkaus ja taivutus	118
Tehtäviä.....	123
Vääntö.....	125
Ympyräpoikkipinnan vääntö.....	126
Putken vääntö	126
Suorakaidepoikkileikkaus	127
Vääntökulma	129
Tehonsiirtoakselit	129
Tehtäviä.....	132
Nurjahdus.....	133
Nurjahdus ja tyssäys.....	134
Eulerin teoria	134
Sauvan hoikkuuden vaikutus.....	137
Sallitun jännityksen menetelmä	139
Tehtäviä.....	142
Yhdistetyt jännitykset.....	143
Yhdistetyt jännitykset.....	144
Paineastian jännitykset	144
Taivutus ja normaalivoima	146
Normaalijännitys ja leikkausjännitys	148
Taivutus ja vääntö	149
Tehtäviä.....	153
Jännityshuiput	157
Käyräksellinen palkki	158

Loven vaikutus.....	160
Tehtäviä.....	164
Väsymislujuus.....	165
Väsyttävä kuormitus.....	166
Väsymislujuus.....	167
Rakenteen mitoittaminen	168
Tehtäviä.....	173
Elementtimenetelmä FEM	175
FEM-laskenta	176
Analyysin kulku.....	177
Palkki- ja ristikkorakenteet.....	181
ANALYSIS	182
Kaksitukinen palkki.....	183
Tulosten tarkastelu.....	189
Ristikko	196
Tehtäviä.....	202
Yhdistetty CAD- ja FEM	203
Ulokepalkin laskenta	204
Monimutkaisempien rakenteiden laskenta	209
Harjoitustehtävien vastauksia	211
Lähteet	213
Hakemisto	214

Alkusanat

Tässä oppikirjassa esitellään lujuslaskennan perusteet käytännönläheisesti ja turhia teorioita vältellen. Nykyaikaisilla ATK-menetelmillä on keskeinen osuus kirjan sisällössä. Tavoitteena on pitää asioiden käsittely lähellä insinöörimäistä ajattelutapaa.

Lähestymistapa sopii ammattikorkeakoulutasoiseen lujuslaskennan perusteiden opetukseen, jossa tavoitteena on osaamisen käytännönläheinen puoli. Lujuslaskenta kytkeytyy lähes jokaisen tuotteen kehitysprosessiin.

Kirjan viidenteen painokseen on ajankohtaistettu joitakin vanhentuneita tietoja ja digitaalisia työkaluja sekä lisätty harjoitustehtäviä.

Kuopiossa kesällä 2024

Esa Hietikko

1

Lujuuslaskennan merkitys

Lujuuslaskennan historiaa

Lujuuslaskenta osana innovaatioprosessia

Lujuuslaskennan merkityksestä

Lujuuslaskenta on luonteeltaan analyttistä ja matemaattista osaamista vaativa laji. Sille on muutaman vuosisadan aikaisen historiansa aikana kehittynyt voimakas matemaattinen painotus, jossa differentiaali ja integraalilaskennalla on suuri merkitys. Nykyiset ATK menetelmät ovat kuitenkin viimeisten parin vuosikymmenen aikana alkaneet siirtää lujuuslaskentaa myös vähemmän matemaattista osaamista omaavien henkilöiden ulottuville. Samalla käyttöalue on laajentunut niin, että lujuuslaskentaa voidaan nykyään pitää oleellisena osana lähes jokaisen konkreettisen tuotteen kehitysprosessia.

Tornan sillan sortuminen

Imatralla, Tainionkosken voimalaitoksen yläpuolella oleva Tornan silta sortui kansirakennetta purettaessa 6.8.1998 noin kello 07.40. Siltakansi tuettiin ensin kahdella tukitornilla jännevälän kolmannespisteissä. Sitten kantavat betonikaaret katkaistiin tyvestä ja aloitettiin betonikaarten poisto. Kun ylävirran puoleisen kaaren poisto oli edennyt keskiosaan asti, silta romahti. Siltakannen pääpalkit jäivät päistään virtapilarien päälle roikkumaan keskikohdan pudotessa uoman pohjaan asti. Siltakannella oli sortumishetkellä kolme henkilöä työssä. Kaksi heistä onnistuttiin pelastamaan. Yksi henkilö hukkui voimakkaassa virtauksessa.

Sillasta laaditun tietokonemallin perusteella kyettiin päättelemään, että onnettomuus johtui idänpuoleisen tukitornin pettämisestä. Sortuminen lähti liikkeelle tukitornin yläpään siirtyessä virran suuntaan. Tätä edesauttoivat tukitornien esikuormitustunkkauksen aiheuttamat alkusiirtymät ja virran paine.

Onnettomuuden syyksi todettiin tutkintaselostuksessa mm. seuraavia seikkoja:

- Purkusuunnitelmasta puuttuivat koko tukitornin kantavuustarkastelut sekä tukitornin ja sillan yhteistoiminnasta johtuvat kuormien jakautumisen selvitykset purkamisen eri vaiheissa.
- Tuennan kantavuus oli laskettu virheellisesti kytkemättä osakomponentteja eli kierretankoja, varsinaista tukitornia ja yläpään palkkeja sekä kiilapaloja yhtenäiseksi rakennekokonaisuudeksi.
- Neljän pisteen tuenta tukitornissa ilman kuorman keskittämistä (tausta) oli virheellinen.
- Tuentasuunnitelmasta puuttuivat yksityiskohtaiset ohjeet tunkaus- ja kiinnitysjärjestelmästä, jolla voitaisiin taata tukitornien tasainen kuormittuminen.

Tämä esimerkki osoittaa karnealla tavalla millaisia seuraamuksia puutteellisesti tai piittaamattomasti suoritetuista suunnitelmista ja lukuuslaskelmista voi olla.

Vastaavanlaisia esimerkkejä puutteellisista suunnitelmista ja laskelmista löytyy vaikka kuinka paljon. Nämä osoittavat sen, kuinka vakavasti otettavasta asiasta lukuuslaskennassa on kyse ja kuinka tärkeä asia lukuuslaskenta on yhteiskunnan toimivuuden kannalta.

Lujuuslaskennan historiaa

Jo vanhalla ajalla ihmiset ovat rakentaneet monenlaisia rakennelmia kuten pyramideja ja temppeleitä ilman että heillä on ollut käytettävissään teoreettista lujuuslaskennan osaamista. Rakentaminen perustui kokemukselliseen tietoon, joka periytyi sukupolvelta toiselle.

Vanhan legendan mukaan esimerkiksi sillan lujuus varmistettiin siten, että sen suunnitellut henkilö laitettiin sillan alle seisomaan samalla kun silta ylitettiin hevosvankkureilla.

Ensimmäinen tiedossa oleva henkilö, joka on kiinnittänyt huomiota lujuuslaskentaan teoreettisessa mielessä, on italialainen Leonardo da Vinci (1564-1642). Hän kuvaili muistikirjoissaan palkin ja ristikon kantokykyyn vaikuttavia seikkoja. Varsinaisia analyyttisiä menetelmiä hänkään ei kuitenkaan esittänyt.

Toinen italialainen, Galileo Galilei (1564-1642) kehitti ensimmäisen systemaattisen lujuuslaskennan teorian ollessaan katolisen kirkon määräämässä kotiarestissa Firenzen lähietäällä. Tuolloin hän kirjoitti aiheesta käsittelevän kirjan, jonka käsikirjoitus salakuljetettiin Hollantiin ja julkaistiin Leidenissa 1636. Kirjassaan Galilei tutki mm. sauvan aksiaalista vetoa sekä palkin taivutusta.

Galileo oli hyvin aktiivinen ja erinomainen puhuja. Opiskelijat tulivat kuuntelemaan hänen luentojaan ympäri Eurooppaa. Luennot tapahtuivat yleensä valtavassa salissa, johon mahtui jopa parisentuhatta opiskelijaa. Galileo oli esiintymiskyvyttään huolimatta varsin hankala ihminen ja erittäin ivallinen kaikille toista mieltä olleille olivatpa nämä missä yhteiskuntaluokassa tahansa.

Galilei suoritti useita mekaniikan kokeita, joissa hän mm. kumosi useita Aristoteleen väitteitä. Hän myös osoitti, että putoava kappale liikkuu kiihtyvällä nopeudella, jos ilmanvastusta ei oteta huomioon.

Yksi lujuusopin historian merkkihenkilö oli Robert Hooke (1635-1703). Hänen tärkeimpiä havaintojaan lienee kappaleeseen vaikuttavan voiman ja siihen syntyvän muodonmuutoksen suhde. Tätä nimitetäänkin hänen mukaansa Hooken laiksi.

1700-luvulla lujuusoppia vei eteenpäin mm. Leonard Euler (1707-1783), joka kehitti erityisesti lujuusopin analyyttisiä menetelmiä ja tutki kappaleiden muodonmuutoksia. Kuuluisin hän kuitenkin lienee palkkien nurjahdukseen liittyvistä teorioistaan.

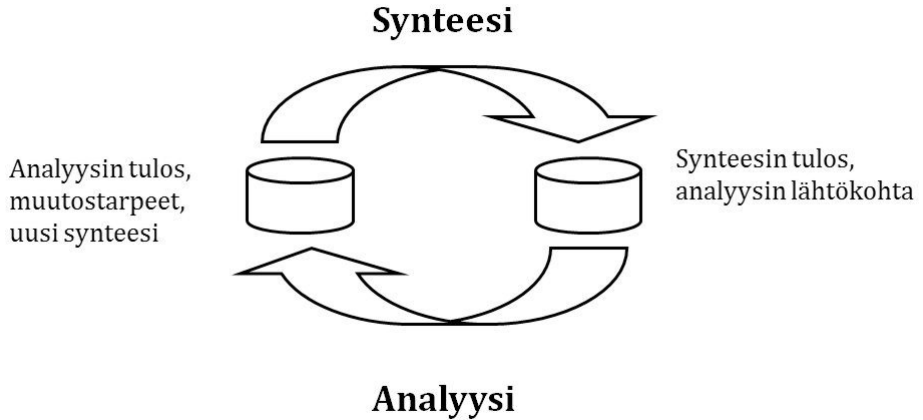
Muita lujuusopin historian merkkihenkilöitä ovat olleet esimerkiksi Thomas Young (1773-1829), joka laajensi Hooken tutkimuksia ja joka on saanut nimensä kimmomoduulin englanninkieliseen termiin (Young's modulus) sekä Simeon Poisson (1781-1840), joka yleistä Hooken lain kolmiulotteiseksi.

Lujuuslaskenta osana innovaatioprosessia

Lujuuslaskennassa tarkastelu kohdistuu aina konkreettiseen tuotteeseen. Hyvin usein kyseessä on loppukäyttäjälle tarkoitettu tuote, jota valmistetaan liiketoiminnallisessa tarkoituksessa. Tällaisen tuotteen elinkaareen kuuluvat kaikki vaiheet ideasta valmistukseen, jakeluun, kulutukseen ja käytöstä poistoon. Elinkaaren alkupäätä, jossa ideasta jalostetaan liiketoimintaa, kutsutaan innovaatioprosessiksi. Innovaatiohan tarkoittaa keksintöä, joka on kehitetty edelleen liiketoiminnaksi. Innovaatioprosessi jakaantuu edelleen kahteen osaan: tuotekehitys- ja toteutusvaiheeseen. Toteutusvaiheessa tuotekehityksen tuloksena aikaansaadut tekniset dokumentit konkretisoidaan tuotanto- ja logistiikkaprosesseiksi, joissa materiaaleista ja osista rakennetaan lopullinen tuote ja toimitetaan se asiakkaalle. Tuotekehitys sisältää vuorostaan tuoteohjelman suunnittelun ja itse tuotesuunnittelun prosessit.

Tuoteohjelman suunnitteluvaiheessa generoidaan asiakkaiden tarpeiden perusteella ideoita, joista valitaan parhaat jatkokehitykseen. Tuotesuunnitteluvaiheessa ideoiden ja vaatimuslistojen avulla valmistetaan tuotteeseen ja tuotantoon liittyvät tekniset dokumentit. Lujuuslaskenta on voimakkaimmin mukana kuvassa tuotesuunnitteluvaiheen aikana.

Tuotesuunnitteluprosessi etenee toisiaan seuraavina synteesi- ja analyysivaiheina. Synteessissä kiinnitetään tuotteeseen liittyviä vapausasteita ts. valitaan arvoja tuotteeseen liittyville ominaisuuksille. Analysointivaiheessa selvitetään täytävätkö valitut arvot tuotteelle asetetut vaatimukset. Lujuuslaskenta on yksi tyypillisimmistä analyysivaiheen tehtävistä.



Kuva 1.1. Tuotesuunnitteluprosessi etenee toisiaan seuraavina synteesi- ja analyysivaiheina.

Lujuuslaskennan merkityksestä

Lujuuslaskennan perusongelmana on tasapainoilu kahden vastakkaisen tekijän välissä. Rakenteen on oltava riittävän luja ollakseen varmakäyttöinen, muttei liian luja, jotta siitä ei tule liian suurikokoinen, jolloin se on myös painava ja kallis. Tiettyissä kohteissa rakenteen massalla on erityismerkitys. Tällainen on esimerkiksi lentokone, jolle keveys on hyvin arvokas ominaisuus. Painavat osat eivät myöskään liikkuvissa laitteissa aina edes takaa suurempaa varmuutta, koska dynaamiset hitausvoimat voivat tällöin kasvaa hyvin suuriksi.

Lisäksi on hyvä huomata ns. massan kertautumis- eli lumivyöryefekti, joka tarkoittaa sitä, että yksittäisen osan massan muutoksilla saattaa olla voimakkaita heijastusvaikutuksia laitteen muiden osien massaan. Jos esim. lentokoneen jonkin osan massa kasvaa määrällä m , kasvaa koneen kokonaismassa huomattavasti enemmän, sillä tällöin

- tarvitaan isompi voimalaite
- isompi voimalaite tarvitsee enemmän polttoainetta
- suurempi massa vaatii suuremmat siivet, laskutelineet jne.

Lujuuslaskenta on luonteeltaan analyttinen tieteenala. Käytännössä se merkitsee sitä, että ennen laskentaa on määritetty tiettyjä reunaehtoja, jotka

suunniteltavan rakenteen on täytettävä. Laskennassa analysoidaan mainittuja reunaehtoja vastaavien muuttujien arvot ja verrataan niitä reunaehtoihin. Reunaehdot voidaan hyödyntää myös määrittäessä joitakin suunniteltavan kohteen dimensioita tai materiaaliarvoja. Analysoitavat ominaisuudet voivat liittyä esimerkiksi jännitykseen, muodonmuutokseen, stabiliteettiin tai kulumiseen. Tällöin voidaan analysoida rakenteen kulumisen tiettyä aikana ja tarkistaa, että se jää sallittujen rajojen sisäpuolelle, tai määrätä rakenteen paksuus siten, että kulumisen maksimissaan saavuttaa sallitun arvon.

Hyvän tuotteen tunnusmerkistöön kuuluu turvallinen ja luotettava toiminta kohtuullisen käyttöiän aikana. Jotta tuotteeseen käyttöiän aikana kohdistuvat rasitukset voidaan ennustaa, on tiedettävä ainakin seuraavat asiat:

- Kuormitusten suuruus, suunta, taajuus ja muuttuminen ajan mittaan.
- Käytettyjen materiaalien mekaaniset ominaisuudet.
- Käytettävät laskenta- ja mittausten menetelmät.

Suunnittelijan on kyettävä kuvittelemaan kaikki tilat, joissa tuote voi menettää toimintakykynsä ja sen jälkeen valita tuotteelle sellaiset dimensiot ja materiaalit, että toimintakyvyn menetys voidaan estää. Tässä kirjassa keskitytään lähinnä kolmeen yleisimpään mekanismiin, joilla tuote voi menettää toimintakykynsä:

- Tuotteen kimmoiset (palautuvat) muodonmuutokset kasvavat liian suureksi.
- Tuotteeseen syntyy pysyvä muodonmuutos eli se myötää.
- Tuotteeseen syntyy väsymismurtuma.

Tuotteeseen syntyvä kimmoinen muodonmuutos on useimmissa tapauksissa varsin hankalasti määrättävissä käsin laskennalla ja siksi tässä esityksessä keskitytäänkin vain aivan yksinkertaisimpiin perustapauksiin, joiden avulla muodonmuutosten arviointi myös monimutkaisemmissa tapauksissa on helpompaa. Luettelon kaksi viimeistä vauriotyyppiä määräytyvät kappaleessa vaikuttavan jännityksen perusteella. Jännitysten käsin laskenta on muodonmuutosten tapaan hankalaa monimutkaisemmillä rakenteilla ja siksi tässä kirjassa onkin käsitelty vain yksinkertaisia perustapauksia.

Oppikirjassa esitellään lujuuslaskennan perusteet käytännönläheisesti ja turhia teorioita välttäen. Nykyaikaisilla ATK-menetelmillä on keskeinen osuus kirjan sisällössä.

Lähestymistapa sopii ammattikorkeakoulutasoiseen lujuuslaskennan opetukseen, jossa tavoitteena on osaamisen käytännönläheinen puoli. Lujuuslaskenta kytkeytyy lähes jokaisen tuotteen kehitysprosessiin.

