

# Sisällys

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| <b>Esipuhe</b> .....                                  | 9  |
| <b>Mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on?</b> ..... | 11 |
| ✎ Jenni Vartiainen ja Kati Sormunen                   |    |
| Myyttejä matematiikasta.....                          | 12 |
| Matematiikka varhaiskasvatussuunnitelmissa.....       | 27 |

## Osa 1

### **MATEMATIIKAN OPPIMINEN JA OPETTAMINEN LEIKILLISISTÄ LÄHTÖKOHDISTA**

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| <b>Merkityksellisen matematiikan oppimisen äärellä</b> ..... | 32 |
| ✎ Jenni Vartiainen                                           |    |
| <b>Leikki ja oppiminen</b> .....                             | 37 |
| ✎ Jenni Vartiainen ja Kati Sormunen                          |    |
| Leikin ulottuvuudet ja aikuisen osallistuminen leikkiin..... | 38 |
| Vertaisoppiminen leikissä.....                               | 41 |
| Matematiikka lasten omaehtoisessa leikissä.....              | 42 |
| Matemaattisen ajattelun tukeminen leikissä.....              | 45 |
| Matematiikan leikkimaailmat.....                             | 56 |
| <b>Laadukas matematiikan pedagogiikka</b> .....              | 63 |
| ✎ Kati Sormunen, Jonna Kangas ja Jenni Vartiainen            |    |
| Yhdessä oppimisen kulttuuri.....                             | 65 |
| Laadukkaan matemaattisen toiminnan suunnitteluprosessi.....  | 67 |

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen</b> .....                                                         | 82  |
|  <i>Kati Sormunen</i>    |     |
| Kielellinen vuorovaikutus.....                                                                            | 85  |
| Toiminnallisuus ja materiaalien käyttö.....                                                               | 86  |
| Kuvalliset ilmaisutavat.....                                                                              | 87  |
| Matematiikan symbolit.....                                                                                | 89  |
| Matemaattisen ajattelun ilmaisu ja tukea tarvitsevat lapset.....                                          | 90  |
| <b>Matematiikka osana arjen rutiineja</b> .....                                                           | 94  |
|  <i>Jonna Kangas</i>     |     |
| Varhaiskasvatukseen saapuminen ja siirtymätilanteet.....                                                  | 94  |
| Arkirutiinit ja ruokailu.....                                                                             | 97  |
| Ulkoilu.....                                                                                              | 100 |
| Lepo ja rentoutuminen.....                                                                                | 104 |
| <b>Myönteinen matematiikkakuva</b> .....                                                                  | 107 |
|  <i>Jenni Vartiainen</i> |     |
| Uskomukset.....                                                                                           | 108 |
| Tunteet.....                                                                                              | 111 |
| Motivaatio.....                                                                                           | 115 |
| Stereotypit ja toisintaminen.....                                                                         | 117 |

## Osa 2

# MATEMAATTINEN AJATTELU JA MATEMAATTISET TAIDOT

|                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Matemaattisten taitojen kehitykseen ja oppimiseen<br/>vaikuttavat tekijät</b> .....                   | 128 |
|  <i>Kati Sormunen</i> |     |
| Toiminnanohjaus.....                                                                                     | 130 |
| Motivatoraaliset tekijät.....                                                                            | 134 |
| Oppimisympäristötekijät.....                                                                             | 135 |
| Matemaattinen osaaminen ja oppimisvaikeuksien<br>tunnistaminen.....                                      | 138 |

|                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Matemaattisten taitojen kehityskaaret</b> .....                                                   | 140 |
|  Jenni Vartiainen   |     |
| <b>Numeeriset taidot</b> .....                                                                       | 143 |
|  Jenni Vartiainen   |     |
| Lukumääräisyyden taju ja subitisaatio.....                                                           | 143 |
| Lukumäärän laskeminen.....                                                                           | 153 |
| Varhaiset aritmeettiset taidot.....                                                                  | 163 |
| <b>Matemaattiset ajattelu- ja päättelytaidot</b> .....                                               | 180 |
|  Jenni Vartiainen   |     |
| Luokittelu.....                                                                                      | 180 |
| Vertailu, sarjoittaminen ja arvioiminen.....                                                         | 184 |
| <b>Spatiaalisen ajattelun taidot ja geometria</b> .....                                              | 196 |
|  Jenni Vartiainen   |     |
| Spatiaalinen ajattelu.....                                                                           | 196 |
| Geometrinen tietoisuus.....                                                                          | 207 |
| Mittaaminen.....                                                                                     | 223 |
| <b>Ongelmanratkaisu</b> .....                                                                        | 238 |
|  Kati Sormunen      |     |
| Matemaattinen ongelmanratkaisu.....                                                                  | 241 |
| Leikkejä ja arkisia hetkiä ongelmanratkaisun harjoitteluun.....                                      | 244 |
| <b>Ohjelmointiosaaminen</b> .....                                                                    | 246 |
|  Kati Sormunen     |     |
| Ohjelmoinnin työtavat.....                                                                           | 249 |
| Ohjelmoinnin osa-alueet.....                                                                         | 252 |
| Ohjelmointiosaamisen merkitys.....                                                                   | 256 |
| Leikkejä ja arkisia hetkiä ohjelmoinnin harjoitteluun.....                                           | 258 |
| <b>Arvokartta varhaisen matematiikan opettamiseen</b> .....                                          | 261 |
|  Jenni Vartiainen |     |
| <b>Lähteet</b> .....                                                                                 | 264 |
| <b>Kirjan tekijät</b> .....                                                                          | 282 |

# Esipuhe

.....

Moni aikuinen kokee, ettei ole hyvä matematiikassa, ja samaan aikaan asenne matematiikkaa kohtaan saattaa olla osittain jopa tiedostamatta kielteinen. Sana *matematiikka* saattaa tuoda mieleen kertotaulujen pönttämisen ja loputtomalta tuntuvien toisteisten tehtävien raapustamisen vihkoon. Opettajan myönteisellä asenteella matematiikkaa kohtaan on kuitenkin merkittävä vaikutus siihen, millaisiksi lasten matematiikka-asenteet muodostuvat ja kuinka hyvin he oppivat matemaattisia taitoja varhaiskasvatuksessa.

Tämän kirjan ensisijainen tavoite on vahvistaa jokaisen lukijan käsitystä itsestään pätevänä ja pystyvänä matematiikan opettajana. Ensimmäinen askel kohti tätä tavoitetta on itse tiedostaa, kuinka valtavasti matematiikkaa ympärillämme on. Laitetaan niin sanotut matikkalasit silmille ja pohditaan, mitä kaikkea voisi laskea, luokitella, mitata tai järjestää. Huomataan ympäriltä, missä on geometrisia muotoja ja missä kaikkialla lukuja käytetään. Ihastutaan toistuvista kuvioista arkkitehtuurissa, taiteessa ja kuoseissa. Havaitaan matematiikka musiikin rytmeissä ja tanssikuvioissa. Kun aikuinen havahtuu huomaamaan matematiikkaa ympäriltään, on sen havainnointi yhdessä lasten kanssa luontevaa. Näin lapsi pääsee arkisissa hetkissä ja leikissä sukeltamaan matematiikkamyönteiseen ympäristöön.

Matemaattinen ajattelu ja matemaattiset taidot eivät kehity itsestään, vaan niiden oppimiseksi tarvitaan osaavamman ohjausta ja opastusta. Matematiikan opetus ja oppiminen varhaiskasvatuksessa ei suinkaan tarkoita paikoillaan istumista tai kynä-paperitehtäviä. Tä-

män kirjan tarkoituksena on avata lukuisia mahdollisuuksia, joiden avulla matematiikkaa opitaan leikkien ohessa, arjen toiminnoissa tai hetkestä nousevissa keskusteluissa.

Matematiikan oppiminen on kumuloituvaa. Tämä tarkoittaa, että jos jokin keskeinen taito jää vajavaiseksi tai oppimatta, on seuraavien taitojen oppiminen käytännössä mahdotonta. Tästä syystä on tärkeää, että opettajat hahmottavat, millaisia kehityskaaria mukaillen lasten matemaattiset taidot kehittyvät ja mitkä ovat merkkejä siitä, että lapsi tarvitsee enemmän tukea oppimiseen. Avaamme kirjassa keskeisimpien varhaiskasvatuksen matematiikan taitojen kehityskaaria sekä tarjoamme vinkkejä, mitkä merkit voivat kertoa tuen tarpeesta eri taitojen osalta.

Vaikka kirjassa monesti viitataan varhaiseen matematiikkaan tai varhaiskasvatuksen aikana opittaviin matemaattisiin taitoihin, ei varhaiskasvatuksen matematiikka ole mikään erillinen alue matematiikasta. Varhaiskasvatuksen matematiikka on ihan oikeaa matematiikkaa. Ei ole olemassa mitään pikkulasten matematiikkaa, vaan jo heti syntymästä alkaen kehittyvät matemaattiset taidot ovat välttämättömiä elinikäisen matemaattisen osaamisen kaareissa. Vaikka lähestymistavat ovat leikkilisiä, mielikuvituksellisia ja joskus hassuttelevia, lasten kanssa harjoiteltavat taidot ovat ihan todellista oikeaa matematiikkaa.

Lämmin kiitoksemme Jyrki Reunamolle, jonka kannustus ja osaaminen on ollut tärkeä suunnannäyttäjä tämän teoksen synnyssä. Haluamme kiittää varhaisen matematiikan oppimisen inspiroivaa edelläkävijää Minna Hannula-Sormusta kannustavasta palautteesta tähän kirjaan. Kiitämme Pirjo Auniota käsikirjoituksemme lukemisesta ja sen arvokkaasta kommentoinnista sekä asiantuntija-avusta Terhi Vesosta, Matti Tedreä, Sini Daviesiä ja Jussi Koivistoa.

*Helsingissä 3.3.2025*

*Jenni Vartiainen*

*Kati Sormunen*

*Jonna Kangas*

# Mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on?



Jenni Vartiainen ja Kati Sormunen

Matematiikka on kuin ilma: Sen läsnäoloa ei juuri huomaa. Mutta ilman sitä arkinen elämä olisi, jos ei mahdotonta, niin ainakin erittäin hankalaa. Matematiikalla on valtava rooli arjessa, vaikka usein sen merkitys jää huomaamatta. Lukutaidon merkitys tunnistetaan huomattavasti paremmin, mutta matemaattisten taitojen hallitseminen arjessa on vähintään yhtä tärkeää. Itse asiassa useat tutkimukset korostavat matemaattisten taitojen merkitystä lukutaidossa ja sen opimisessa. Duncan ja Magnuson (2011) toteavat, että varhaiset matemaattiset taidot eivät ennusta pelkästään lasten matemaattisia taitoja myöhemmin koulussa vaan myös lasten myöhempää lukutaitoa. Tutkimukset osoittavatkin, että matematiikka kehittää yleisesti lasten kognitiivisia taitoja.

Matematiikka mahdollistaa monien arkisten toimintojen toteutuksen. Tarkastellaan esimerkin vuoksi kaupassa käyntiä.

- Matematiikkaa tarvitaan ajan hahmottamiseen. Milloin kauppaan mennään ja millä kulkuvälineellä?
- Jos käytetään yleisiä kulkuneuvoja, ilman matematiikkaa aikataulujen hahmottaminen on mahdotonta. Jos taas kuljetaan autolla,

matematiikkaa tarvitaan ajon aikana muun muassa reitin hahmottamiseen ja nopeusmittarin tulkitsemiseen.

- Parkkihallissa matemaattiset taidot tulevat tarpeeseen tilan hahmottamisessa: Mihin ruutuun auto mahtuu vaivatta? Kannattaa-ko auto pyrkiä pysäköimään mahdollisimman lähelle ovia? Miten suunnistetaan takaisin autolle, kun ostokset on tehty?
- Kaupassa matemaattisia taitoja tarvitaan lukumäärien hahmottamisessa, hintojen vertailussa, loogisessa päättelyssä, alennusten laske-  
misessa, tuotteiden punnitsemisessa ja kokonaisbudjetin seuraamisessa: Kuinka monta tomaattia tarvitaan neljän henkilön salaattiin? Tuotteen parasta ennen -päiväys on huomenna, joten ehditäänkö tuote käyttää loppuun ennen pilaantumista? Riittävätkö rahat?
- Nykyään käteistä rahaa käytetään kaupassa verrattain vähän, mutta kortillakin maksaessa tulee arvioida, onko loppusumma odotetun suuruinen, ja matemaattisia taitoja tarvitaan kuitenkin tarkistamisessa.

Tämä esimerkki kauppareissulla tarvittavasta matematiikasta on vain pintahipaisu lukemattomiin matemaattisiin taitoihin, joihin ihmisen tulee kyetä toimittaakseen mitä arkisimman askareen.

## **Myyttejä matematiikasta**

Matematiikkaan ja varhaiseen matematiikan oppimiseen liittyy useita tiukasti pintansa pitäviä uskomuksia, jotka saattavat vähentää lasten mahdollisuuksia harjoitella varhaisia matemaattisia taitoja ja jotka heikentävät pedagogiikan laatua. Aikuisen on tärkeää tiedostaa oma asenteensa ja suhteensa matematiikkaan sekä tarkistaa, ettei itsellä ole piileviä ajatusmalleja tai vaihtoehtoisia käsityksiä siitä, mitä matematiikka on ja miten sitä opitaan varhaiskasvatuksessa. Aloitamme tämän teoksen purkamalla tyypillisiä matematiikkaan ja sen oppimiseen

varhaiskasvatuksessa liittyviä myyttejä (Clements & Sarama, 2018). Näiden myyttien purkamisella asetamme kirjan perusajatuksen siitä, mitä varhaiskasvatuksen matematiikka on.

## TOTTA VAI TARUA?

Lue ensin väittämät ja pohdi, mitä itse ajattelet niistä. Ovatko ne mielestäsi totta, tarua vai jotain siltä väliltä?

1. Matematiikan oppimiseen tarvitaan matikkapää.
2. Lapset oppivat varhaiskasvatuksen aikana opittavat matemaattiset taidot ilman opettamistakin.
3. Varhainen matematiikka on suurelta osin laskemisen harjoittelua.
4. Matemaattisia ongelmia ei voi ratkaista ennen matemaattisten taitojen oppimista.
5. Oppiakseen matematiikkaa lasten on kyettävä istumaan paikallaan.
6. Matematiikkaa opitaan parhaiten tuokiotoiminnassa.
7. Aika, joka käytetään matikan oppimiseen, on pois varhaiskasvatuksen tärkeimmästä asiasta: leikistä.
8. Erityisesti matikan opettamiseen kehitetyt matematiikkavälineet ovat välttämättömiä varhaiskasvatuksen matematiikassa.
9. Matematiikan opettaminen varhaiskasvatuksessa on helppoa, koska varhaiskasvatuksen matematiikan sisällöt ovat niin yksinkertaisia.
10. Matemaattiset taidot tukevat myös muiden taitojen oppimista.