

SISÄLLYS

Johdanto.....	7
Viikko 1: Ensin opettaja kuntoon, sitten oppilas.....	16
Viikko 2: Tilaa hämmennykselle.....	20
Viikko 3: Pedagoginen kuuntelu.....	25
Viikko 4: Ensimmäinen ongelmanratkaisu: Laskutoimituksia.....	29
Viikko 5: Ajattelun hallinta.....	34
Viikko 6: Välineiden hyötykäyttö.....	38
Viikko 7: Vanhemmat voimavaraksi.....	42
Viikko 8: Toinen ongelmanratkaisu: Mittaamista kolmessa ulottuvuudessa.....	47
Viikko 9: Itseluottamus.....	52
Viikko 10: Tukea tavoitematriisilla.....	57
Viikko 11: Monipuolista palautetta.....	62
Viikko 12: Kolmas ongelmanratkaisu: Sattumankaupasta tilastoksi.....	66
Viikko 13: Arjen matematiikka avuksi.....	70
Viikko 14: Oman yhteisön matematiikka.....	75
Viikko 15: Iloa aloitelaatikosta.....	79
Viikko 16: Neljäs ongelmanratkaisu: Suhteet ja prosentit.....	83

Viikko 17: Helppo alkuun pääseminen.....	87
Viikko 18: Irti opitusta avuttomuudesta.....	92
Viikko 19: Hauskuudesta mielekästä.....	97
Viikko 20: Viides ongelmanratkaisu: Laatikon ulkopuolinen ajattelu.....	102
Viikko 21: Oljenkorsilla eteenpäin.....	107
Viikko 22: Hyödyllinen ponnistelu.....	112
Viikko 23: Merkitystä kestävästä kehityksestä.....	117
Viikko 24: Kuudes ongelmanratkaisu: Pinnat ja muodot.....	122
Viikko 25: Heikosta hetkestä eteenpäin.....	126
Viikko 26: Osaamisesta iloitseminen.....	131
Viikko 27: Uusi alku mahdollisuutena.....	136
Viikko 28: Seitsemäs ongelmanratkaisu: Kuinka hyödyntää lukujärjestelmää?.....	141
Viikko 29: Verkottunut tieto supervoimaksi.....	145
Viikko 30: Innostusta opettajalta.....	149
Viikko 31: Elinikäisen oppijan polulle.....	158
Viikko 32: Kahdeksas ongelmanratkaisu: Todennäköisyys ja riskinhallinta.....	162
Siinä kaikki!.....	167
Lähteet.....	170

JOHDANTO

Jos voisit muuttaa mitä tahansa matematiikan opetuksessa, mikä se olisi? Uskotko, että toivomasi muutos on mahdollinen? Jos näin on, mikä estää sen toteutumisen? Tämä kirja tarjoaa tutkimukseen perustuvia käytännön työkaluja toivottujen muutosten toteuttamiseen – askel kerrallaan 32 viikon ajan.

MATEMATIIKKA ON OPPIAINE, JOSSA ON TOTUTTU NOJAAMAAN TIETTYYN RESEPTIIN:

1. kotitehtävät
2. uusi aihe
3. selventävät esimerkit
4. itsenäinen työskentely
5. uudet kotitehtävät.

Osa tästä reseptistä toimii ja auttaa oppilaita, mutta tuloksena on myös motivaatio-ongelmia, matematiikka-ahdistusta ja opitun unohtamista yhä uudelleen. Näihin negatiivisiin sivutuotoksiin on totuttu¹, ja matematiikkaa opettava tyypillisesti normalisoi sen, ettei mitään ole tehtävissä todellisen matikkainnostuksen ja syvän oppimisen takaamiseksi.

Matematiikkaa voi opettaa tällä tyypillisellä reseptillä, tai siihen voi soveltaa jotakin uutta lähestymistapaa, vaikkapa tutkivaa oppimista. Mikään yksittäinen malli ei kuitenkaan ole riittävän monipuolinen takaamaan suurimmalle osalle oppilaista enimmäkseen hyvin toimivaa matematiikan opetusta. Esimerkiksi perinteinen reseptiopetus on tehokasta, kun opitaan uutta asiaa, eikä oppilaalla ole motivaatio-ongelmia. Tutkivalla oppimisella voi saavuttaa mainioita tuloksia itsenäisen työskentelyn ja ongelmanratkaisun vahvistamiseksi silloin, kun luokassa on hyvä oppimisilmapiiri ja opettaja kokee osaavansa tutkivan oppimisen tukemisen.

Yhteen malliin keskittymisen riskinä on se, ettei mikään malli tavoita kaikkia oppimisen osa-alueita. Ei ole mitään yksittäistä kikkaa, joka ratkaisee matematiikan opetuksen kaikki ongelmat. Onneksi on kuitenkin useita malleja, toimintatapoja, tehtäviä ja esimerkkejä, joiden mekanismit ymmärtämällä voit vahvistaa osaamistasi kaikkien oppilaiden tukemiseksi. Tämä kirja antaa välineet yhteen toimintamalliin, pohdintatehtävään tai välineeseen per viikko. Saat kaiken kaikkiaan 32 uutta työkalua ammatilli-

seen pakkii. Mikä tärkeämpää, kerron kirjassa lyhyesti ja ytimekkäästi, mitä on kun-kin työkalun takana. Näin saat paitsi työkaluja myös tutkimukseen perustuvaa tietoa siitä, miksi mikäkin lähestymistapa toimii. Tämä auttaa soveltamaan muitakin ratkaisuja ja siten tukee jatkuvaa ammatillista kasvuasi.

Tämän kirjan avulla kehität ammatillista osaamistasi huomattavasti tehokkaammin kuin yksittäiseen täydennyskoulutuspäivään osallistumalla. Kirjan koulukontekstiin si-joitetut viikkotehtävät mahdollistavat useita hyödyllisiksi havaittuja käytäntöjä²:

- Saat konkreettisia materiaaleja, joita voi napata suoraan käyttöön.
- Saat tavoiteohjattua asiantuntijatukea.
- Saat mahdollisuuden luokahuonekokeiluihin.
- Vahvistat tietopohjaasi sekä opetussuunnitelman hallintaasi.
- Voit entistä paremmin tunnistaa oppilaiden tarpeita ja siten tukea oppimista.
- Oma motivaatiosi, pystyvyyden tunteesi ja kokemus kollegoiden kanssa yhteisesti jaetusta vastuusta vahvistuvat.

Kirjan kirjoittaja

Saatat muistaa nimeni *Matikkanälkä*-kirjasta, joka julkaistiin vuonna 2017. Kirjaa kii-tettiin helppolukuiseksi ja innostavaksi, ja se ylsi kolmanneksi ostetuimmaksi tietokir-jaksi julkaisemisvuonnaan. Tuo kirja on kuitenkin vain pieni osa työstäni. Aloitin ma-tematiikan opettajana 2000-luvun alussa ja jo ensimmäisenä opetusvuotenani aloin tehdä kokeiluja. Ymmärsin, että suurin osa opetuksestani valuisi hukkaan, jos nojaisin pelkkään perinteiseen reseptiin. Osa kokeiluistani onnistui, osa epäonnistui, ja oppi-laita kuuntelemalla aloin päästä jyvälle siitä, mitä matematiikan opetuksesta puuttuu ja mitä siellä on liikaa. Opetin matematiikkaa kaikilla luokka-asteilla yliopistokursseja myöten yhteensä noin 15 vuotta ja työstin samalla väitöskirjaani, jossa löysin selityk-siä siihen, miksi matematiikassa pärjääväkin oppilas voi kokea matematiikan luokan ahdistavaksi paikaksi. Viime vuosikymmenen ajan olen tuottanut materiaalia parem-man matematiikan opetuksen tarpeisiin: Suomessa toimi pitkään *Matikkanälkä*-kou-lutus, jonka kautta pidin satoja luentoja ja työpajoja. Osaamiselleni oli tarvetta myös Suomen rajojen ulkopuolella, ja vuosina 2017–2019 pidin kymmeniä luentoja ja työ-pajoja ympäri maailmaa, yhteensä noin 20 maassa. Jatkoin tutkimusta, sain palkin-toja ja lopulta myös työtarjouksen Sydneystä UNSW-yliopistosta, joka sijoittuu tällä

hetkellä 19. parhaaksi yliopistoksi maailmanlaajuisesti. Työni jatkuu tekemällä tutkimusta kolmella osa-alueella:

1. Mikä innostaa oppilaita hetkellisesti ja saa kiinnostuksen heräämään, miten ylläpitää kiinnostusta pitkäkestoisen oppimiskokemuksen takaamiseksi ja millaiset tehtävät onnistuvat molemmissa?
2. Kuinka tukea opettajia löytämään matematiikan ja sen opettamisen ilo siten, että matematiikan aineenopettajat löytäisivät keinoja heikkojenkin oppilaiden tehokkaaseen tukemiseen ja motivointiin? Entä kuinka luokanopettajat, joiden huomio ja kaantuu niin laajalle, kokisivat matematiikan oppitunnit yhtenä hausimmista tavoista tukea oppilaiden kriittistä ajattelua ja matemaattisen ymmärryksen vahvistumista?
3. Miten ja kuinka laajasti yhteiskunta ja yksilöt kärsivät, jos matematiikan opetus ei onnistu tavoitteissaan taata jokaiselle matemaattinen lukutaito ja ongelmanratkaisukyky? Haasteita ovat työvoiman saatavuus matemaattikaa edellyttävillä aloilla, yksilön potentiaalin hyödyntäminen sekä numeerisen medialukutaidon ja oman elämän valintoihin, kuten velanottoon liittyvä osaaminen.

Vähittäinen muutos viikkotehtävin

Harmillista kyllä, opettajan täydennyskoulutus on perinteisesti osoittautunut tehottomaksi. Suurimmat syyt ovat koulussa aina läsnä oleva kiire sekä se, että oppiminen on kompleksinen prosessi, jota ei voi millään yksittäisellä kaavalla ratkaista³. Edes maailmanlaajuisen pandemia ei tehnyt muutosta luokahuoneisiin. Tutkijat huomasivat, että pandemian aikana otettiin uusia ratkaisuja käyttöön, mutta siinä tarkoituksessa, että näin voitiin jatkaa aiempien toimintamallien käyttöä uudessa toimintaympäristössä. Ilmiötä voidaan kutsua jonain päivänä – tänä päivänä -dilemmaksi. *Jonain päivänä* koulu varmasti muuttuu, *jonain päivänä* lennokkaat täydennyskoulutuksessa esitellyt ideat otetaan käyttöön – nehan ovat mahtavia! Mutta sitten saapuu tämä päivä, ja koulun kiireinen aikataulu pakottaa turvautumaan aiempiin, hyviksi todettuihin käytäntöihin. Ongelmana on se, että nämä hyviksi todetut käytännöt usein jättävät systemaattisesti jotakin huomioimatta. Matematiikan opetuksessa useimmiten jalkoihin jäävät tekijät ovat ikävä kyllä kaikkein tärkeimpiä: syvä ymmärrys sekä halu oppia ja käyttää opittua.

Tutkijat ehdottavat ratkaisuksi nakertamista (engl. *tinkering*⁴). Sanotaan suurille muutoksille ei ja sitoudutaan sen sijaan pieniin kokeiluihin ja hitaaseen mutta jatkuvaan

kehitykseen. Siksi kädessäsi on matematiikan kouluopetukseen sovitettu viikkomuotoinen tehtäväkirja. Ammatillinen kehittyminen vaatii paitsi testailua ja hidasta etenemistä myös kunkin opettajan yksilöllisiin tarpeisiin sovittamista – samassakin koulussa on opettajia monenlaisin tarpein ja lähtökohdin. Tämän kirjan avulla syvennät tutkimusperusteista osaamistasi sekä teet luokahuonekokeiluja itsellesi sopivaan tahtiin. Tehtäviä voi testata monella eri syvyydellä: voit valita itsellesi tärkeimmät aiheet sekä sen, miten syvälle päätät mihinkin aihealueeseen sukeltaa.

Kirjan viikkotehtävien takana on kahden vuosikymmenen mittainen työni matematiikan opetuksen parantamiseksi. Viikkotehtävät perustuvat paitsi omaan tutkimukseeni myös tiimeinä toteutettuihin suuren mittaluokan tutkimusprojekteihin. Viikkotehtävien äärellä pääset tutustumaan helpolla tavalla kaikkeen tietoon, jota maailman johtavat matematiikan opetuksen tutkijat ovat saaneet selville matematiikan opetuksen jalostamiseksi.

Kirjassa esitetyt 32 viikkotehtävää kokoavat yhteen kaikkein parhaimmat käytännöt: viimeisimmän tutkimustiedon, oppilaiden palautteen, opettajien vinkit ja nyt myös sinun kädenjälkesi siinä, miten tämän kirjan ajatukset siirtyvät omaan luokahuoneeseen. Mukavaa matkaa helpon ja tehokkaan ammatillisen oppimisen parissa. Seuraava taulukko havainnollistaa, mitä kirja tarjoaa uran eri vaiheissa oleville opettajille.

Sovita kirja omaan kokemukseesi

	URAN VAIHE	OSAAMINEN	KOKEILUT
VASTA- ALKAJA	Opettajan uran alkuvaiheessa oleva opettaja keskittyy tiedon lisäämiseen ja kokeilujen tekemiseen.	Tutustu kirjan tutkimusosioiden ja kehitä erityisesti muutamaa osa-aluetta, jotka ovat toisistaan hankalia, sekä vähemmän vahvemmaksi muutamaa osa-aluetta, joissa jo loistat.	Hyväksy se, että alkuvaiheen kokeilut voivat epäonnistua. Varaa tietty aika kokeiluihin, esimerkiksi yksi oppitunti kuu-kaudessa, ja kerro oppilaillesi, mistä on kyse.
KOKENUT OPETTAJA	Osaamisen karttuessa tietoa päivitetään jatkuvasti ja systemaattisesti yhteistyössä kollegoiden kanssa.	Tutkimusosioita lukiesasi valitse muutama osa-alue, josta etsit lisätietoa itsenäisesti. Tee yhteistyötä kollegoiden kanssa.	Jaa kokemuksesi kokeiluista kollegoiden kanssa. Kehittäkää yhdessä uusia kokeiluja, jotka sopivat kunkin yksilöllisiin tarpeisiin.
KONKARI	Konkari tekee yhteistyötä paitsi kollegoiden myös laajempien verkostojen kanssa oppilaita unohtamatta!	Vertaa kirjan menetelmiä opetussuunnitelmaan, keskustele niistä vanhempien kanssa ja hanki lisätietoa kunkin aiheen erityisosaajalta.	Suunnittele uusia kokeiluja oppilaiden kanssa yhteistyössä: anna oppilaan äänen kuulua! Jaa kokemuksiasi sosiaalisessa mediassa.
ASIAN- TUNTIJA	Tunnista oma erityisosaamisalueesi. Ehkäpä teet jo aiheesta tutkimusta tai olet kehittänyt menetelmän, josta on apua muillekin.	Inspiroidu tutkimustiivistelmistä. Millaisia tekisit oman erityisosaamisalueesi viimeaikaisista tutkimuksista?	Ohjaa kollegoita lisäämään kokeiluihin ainesosia omasta osaamisalueestasi. Ehkä tiedät kaiken digimateriaalien hyödyntämisestä. Miten tätä voisi ujuttaa kaikkiin kirjan kokeiluihin? Jaa osaamistasi opettajapahtumissa ja sosiaalisessa mediassa.

Kuinka käytät tätä kirjaa

Tämä kirja ei kerro, kuinka opettaa kertolaskua, murtolukuja, yhtälöitä tai kuinka teettää koe tarkistaaksesi, osaavatko oppilaasi kirjoittaa luvun 25, kun heitä pyydetään laskemaan 5 kertaa 5. Tämän kirjan tarkoitus on täydentää perinteistä matematiikan opetuksen reseptiä ongelmanratkaisun ja hiukan epäselvissä tilanteissa kehittyvän itseluottamuksen avulla.

Kirjan tehtävät ovat usein avoimia: niitä voi ohjata monella tapaa, ja oikea ratkaisu on vähemmän olennainen kuin se, mitä tapahtuu ratkaisua etsittäessä. Odotan sinun soveltavan tehtäviä omien tarpeidesi mukaan. Tiedät itse parhaiten, kuinka ehdotetut ideat toimivat omassa opetuksessasi. Samalla rohkeat oppilaitasi vastuunottoon: ilman tarkkoja ohjeita heillä on paitsi velvollisuus myös tilaisuus työskennellä oma-aloitteisesti.

Luvut etenevät kronologisesti viikko viikolta. Voit seurata niitä koko lukuvuoden ajan riippumatta siitä, missä kohtaa lukuvuotta aloitat. Voit myös aloittaa keskeltä lukuvuotta – milloin tahansa on hyvä aika aloittaa.

- Jokainen luku esittelee yhden strategian, käsitteen tai toimintamallin ja sisältää käytännön tehtävän. Voit lukea yhden luvun viikossa, jolloin päädyt kuukausitehtävään joka neljäs viikko. Kuukausitehtävän parissa edelliset viikkotehtävät pääsevät tosisteisiin.
- Lukemalla kirjan alusta loppuun pääset tutustumaan kaikkiin näkökulmiin. On kuitenkin mahdollista tarkastella lukuja satunnaisesti tai eri järjestyksessä. Voit edetä hitaammin tai nopeammin, voit palata lukuihin myöhemmin ja käyttää niitä tarpeidesi mukaan.
- Viikkotehtävät ovat pienimpiä mahdollisia tekoja, joita voi testilla matematiikan luokassa. Pieleen menemisestä ei ole mitään haittaa. Epäonnistumista ei siksi tarvitse varoa. Itse asiassa epäonnistuminen on usein hyödyksi: saat paljon uutta tietoa sekä kokemuksen siitä, että kokeileminen on turvallista. Mikään ei mene rikki!
- Viikkotehtävillä ei haeta suuria muutoksia vaan pieniä, vaikkapa sitä, että oppilas näkee mummolan osoitekyltin toisin ensi kesänä – sehän on pariton numero! Oppilaat tuovat tutkimuksissa toistuvasti esiin, että pienetkin muutokset olisivat enemmän kuin tervetulleita. Sinä päätät, mitä oppilaasi saavat luokahuoneessasi kokea, ja kirjan viikkotehtävien avulla nämä kokemukset voivat muuttua todella positiivisiksi.

- Älä ajattele, että on olemassa oikea tai väärä tapa tehdä kirjassa esitettyjä kokeiluja. Anna mennä vain luottavaisesti ja parhaasi tehden. Se riittää. Mitä enemmän teet kokeiluja – pieniä ja vaarattomia – sitä paremmin opit sovittamaan kirjan resursseja sekä mitä tahansa matematiikan opetukseen kehitettyjä resursseja omiin tarpeisiisi.

Kaikki viikkotehtävät soveltuvat sekä ala- että yläkoulun opettajille. Osa niistä painottuu enemmän yläkouluun, osa alakouluun. Sovella tarpeen mukaan noudattamalla neuvoja siitä, miten sama ajatus voi toimia eri konteksteissa. Kirjaa voi soveltaa myös ammatillisessa koulutuksessa, korkeakoulutuksessa, opettajankoulutuksessa sekä täydennyskoulutuksessa – missä tahansa, missä matematiikan opetusta käsitellään. Viikkotehtävät ja niihin liittyvää materiaalia on saatavilla sivulla:



Kun toteutat kirjassa ehdotettuja kokeiluja, tarkkaile itseäsi. Tutustu itseesi opettajana ja tarkastele oppilaitasi uusista näkökulmista. Älä muuta peruskäytäntöjäsi vaan muokkaa pienesti. Opi hiljalleen ja ilon kautta. Älä turhaudu ja jätä kokeiluja sikseen, jollei hienoja oivalluksia ja onnistumisia heti tule. Kun oppilaasi huomaavat, että matematiikanluokkaan on alkanut mahtua vaihtelua, osoitat samalla oppilaillesi, että uusia strategioita kannattaa silloin tällöin kokeilla ja että jos ei heti onnistu, ei luovuteta ja palata miettimättä aiempaan.

Nykyajan koululaiset hallitsevat maailmaamme silloin, kun eläköidymme. Sinä voit vaikuttaa positiivisesti heidän kriittiseen ajatteluunsa, päätöksentekokykyynsä, itseluottamukseensa ja akateemiseen osaamiseensa ujuttamalla matematiikan opetukseen pieniä positiivisia muutoksia. Ne kumuloituvat ajan myötä, ja jo vuoden kuluttua se, tekeekö kunakin päivänä yhden prosentin verran vähemmän vai enemmän, tuottaa todella merkittävän eron:

$$0,99^{365} \approx 0,0255$$

$$1,01^{365} \approx 37,78$$

Suuret muutokset ovat hitaita, mutta pysyviä. Muistathan, että suunta on tärkeämpi kuin vauhti.

Onko tehtäviin ratkaisuja?

Annetut tehtävät tähtäävät työstämään ymmärrystä. Oikea ratkaisu on tässä prosessissa vasta toisena tuleva tavoite. Kerron esimerkkinä, kuinka sairaanhoitajaopiskelija kysyi neuvoa lääkelaskuissa: "Jos 1,21 grammaa pitää muuttaa milligrammoiksi, ja saan vastaukseksi tuhannella kertomalla 1210 mg, en ymmärrä, mihin pilkku katoaa. Omasta mielestäni vastauksen pitäisi olla 1,210. Miksi välillä on pilkku ja välillä ei ole?"

Oikeisiin vastauksiin painottuvan opetuksen tulokset ovat usein tällaisia. Oppilas on painanut mieleensä kasan sääntöjä, kuten mihin suuntaan pilkkua tulee siirtää tai että "verrannolla voi laskea melkein kaikki laskut". Oppilas ei ole päässyt kehittämään ymmärrystään kymmen- ja paikkajärjestelmästä, koska opetus on keskittynyt oikeisiin vastauksiin: "1,21 grammaa kertaa tuhat on 1210 milligrammaa, koska se on oikea vastaus, ja pääset siihen siirtämällä pilkkua kolmesti oikealle. Pilkku siirtyy oikealle, kun kerrotaan kymmenellä ja mennään pienempään mittayksikköön, ja vasemmalle, kun jaetaan kymmenellä ja siirrytään isompaan mittayksikköön. Muistathan nyt tämän oikean vastauksen ja nämä säännöt?"

Huomaatko, kuinka oikeaa vastausta jahtaava neuvominen ei anna minkäänlaisia avaimia asian ymmärtämiseen? Tässä on perustelu sille, miksi matematiikan luokkaan tarvitaan kipeästi tehtäviä, joissa tutkitaan, miten asia toimii. Sairanhoitajaopiskelijan tapauksessa pyysin unohtamaan käsillä olevan tehtävän. Sen sijaan mietimme, miten monella tavalla voi ilmaista puoli kilometriä: 0,5 km, 500 metriä, puolet tuhannesta metristä. Mitään yhtä oikeaa vastausta ei haettu vaan oppilaan ymmärrystä siitä, miten paikkajärjestelmä toimii itselle tutussa asiayhteydessä.

Kun annat oppilaitesi tutkia matemaattisia ilmiöitä viikkotehtävien äärellä, muista tämä tavoite. Esimerkiksi Isä juoksee -tehtävässä (s. 33) kysytään, vieläkö isä tunnin kuluttua juoksee. Lopullinen juoksunopeus riippuu aloitusnopeudesta, jonka oppilas itse saa päättää. Jos alkunopeus on 20 km/h, tunnin kuluttua "oikea vastaus" eli lopullinen juoksunopeus on 0,3125 km/h eli 312,5 metriä tunnissa. En ole kuitenkaan antanut tätä oikeaksi ratkaisuksi tehtävään, koska oppilas voi suorittaa saman tutkimuksen aloittamalla alkunopeudesta 10 km/h, 100 km/h tai mistä tahansa nopeudesta. Kyseessä on tismalleen sama matemaattinen ilmiö. Siinäkin tapauksessa, että oppilas tutkii ilmiötä ja hoksaa, että nopeus puolittuu kuudesti, ja sitten laskee puolittukset väärin alkunopeutensa suhteen (esimerkiksi $40 : 2 = 20$; $20 : 2 = 10$; $10 : 2 = 5$; $5 : 2 = 2,5$; $2,5 : 2 = 1,5$; $1,5 : 2 = 0,5$), hän on kuitenkin ymmärtänyt olennaisimman: asian selvittämiseksi tulee nopeutta puolittaa, ja sen voi tehdä jakamalla kahdella tai vaikkapa puolikkaalla kertomalla.

Tarkkaa oikein laskemista voidaan harjoitella myöhemmin. Oppilaalle voi tuoda esiin, missä on vielä tekemistä, mutta tunnistat varmasti itsekkin, että kun opettelet jotakin uutta asiaa, et pysty samanaikaisesti keskittymään jokaisen osa-alueen hiomiseen.

Joihinkin tehtäviin olennaisesti liittyy oikeita ratkaisuja, esimerkiksi tehtävässä sivulla 64 vaihtoehtoja sille, miten nelion voi jakaa samanlaisiin osiin. Kun näin on, tehtävän yhteydessä on tarvittavat ratkaisut, esimerkit, vinkit ja ohjeistukset. Ellei oikeaa ratkaisua ole tarjolla, uskalla antaa oppilaidesi etsiä sitä ja vakuuttaa itsensä ja sinut sen oikeellisuudesta silloinkin, kun et ole itse aivan varma, mikä oikea vastaus olisi. Näin harjoittelette ymmärtämään matemaattisia ilmiöitä annetuissa tilanteissa ja miettimään, millä perusteella annettu ratkaisuehdotus voisi olla oikea tai väärä. Voitte vapaasti jäädä epäselvään lopputulokseen ja todeta, että kyseinen tilanne onkin melkoisen hankala. Ensisijainen tavoite oli kehittää ymmärrystä, ja tämän toteutui!

Kirjan tärkein tavoite

Matematiikkaa osaa ja oppii ”täydellisesti” vain pieni prosenttiosuus kustakin ikäluokasta. Myös ne oppilaat, jotka eivät tule koskaan kuulumaan tähän prosenttiin, ansaitsevat kokonaisvaltaista tukea matemaattisen ajattelunsa hyödyntämiseen ja siihen luottamiseen. Matematiikan oppimisen varsinainen tarkoitus on saada ihmiset käyttämään sitä. Siksi voimme vähentää menetelmiä, joiden pääasiallinen hyöty on virheiden kitkeminen parhaiten menestyviltä, ja lisätä mukaan menetelmiä, joiden avulla virheitä tekevät oppivat ymmärtämään ajatteluaan ja olemaan pelkäämättä matematiikkaa. Vertailun vuoksi: Kun itse puhun englantia vieraana kielenä, olisi varsin epäkohteliaista kiinnittää huomiota tekemiini virheisiin ja sinne päin olevaan lausuntaan. Kaikkihan tietävät, että vain hyvin pieni osa ihmisistä pitkänkään ajan kuluessa omaksuu uuden kielen kaikin puolin täydellisesti. Sitä odotellessa kieltä voi kuitenkin käyttää sen alkuperäiseen tarkoitukseen, kommunikointiin. Samalla tavalla matematiikkaa voi käyttää kuka tahansa ja missä vaiheessa oppimispolkua tahansa loogiseen ymmärtämiseen, ongelmanratkaisuun ja objektiivisuuden lisäämiseen. Yhteistyössä muiden ihmisten kanssa näistä prosesseista saadaan tehokkaita. Siksi kaikkein tärkeintä on vahvistaa jokaisen oppilaan kiinnittymistä matematiikkaan. Tämä on matematiikan opetuksen kaikkein tärkein tavoite, ja sitä edistävät keinot olen tässä kirjassa pilkkonut sinulle käteviksi paloiksi. Toivotan mukavia hetkiä viikkotehtävien parissa!